La suite arithmétique – la suite géométrique:

	D'une suite arithmétique	D'une suite géométrique
Définition	$u_{n+1} = u_n + r$ (r est la raison)	$u_{n+1} = q \times u_n$ (q est la raison)
Le terme général	$u_n = u_p + (n-p)r$ ($p \le n$)	$u_n = u_p \times q^{n-p}$ ($p \le n$)
La somme de termes successifs	$u_p + \ldots + u_n = (n-p+1) \times \left(\frac{u_p + u_n}{2}\right)$	$u_p + \ldots + u_n = u_p \times \left(\frac{q^{n-p+1} - 1}{q - 1}\right)$
a et b et c trois termes successifs	$2b = a + c$	$b^2 = a \times c$

La suite majorée – la suite minorée:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique

- $(\forall n \in I); u_n \le M \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est majorée par M
- $(\forall n \in I); u_n \ge m \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est minorée par m
- $(u_n)_{n\in I}$ est bornée $\Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ majorée et minorée

La monotonie d'une suite numérique:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique

- $(\forall n \in I); u_{n+1} \le u_n (u_{n+1} \prec u_n) \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est décroissante (strictement décroissante)
- $(\forall n \in I); u_{n+1} \ge u_n (u_{n+1} \succ u_n) \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est croissante (strictement croissante)
- $(\forall n \in I); u_{n+1} = u_n \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est constante

Remarque:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique dont le premier terme est : u_p

- Si $(u_n)_{n\in I}$ est décroissante, alors : $(\forall n \in I); u_n \le u_p$
- Si $(u_n)_{n\in I}$ est croissante, alors : $(\forall n \in I); u_n \ge u_p$

Limite d'une suite:

Limite de la suite (n^{α}) avec $\alpha \in \mathbb{Q}^*$:

$\alpha \succ 0$	$\alpha \prec 0$
$\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} = +\infty$	$\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} = 0$

Limite de la suite géométrique (q^n) avec $q \in \mathbb{R}$:

$q \succ 1$	$q = 1$	$-1 \prec q \prec 1$	$q \leq -1$
$\lim_{n \to +\infty} q^n = +\infty$	$\lim_{n \to +\infty} q^n = 1$	$\lim_{n \to +\infty} q^n = 0$	Pas de limite

Critères de convergence:

- Toute suite croissante et majorée est une suite convergente
- Toute suite décroissante et minorée est une suite convergente

$$\left.\begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim_{x \to +\infty} v_n = l \\ \lim_{x \to +\infty} w_n = l \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} u_n = l$$

$$\left.\begin{array}{l} |u_n - l| \leq v_n \\ \lim_{x \to +\infty} v_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} u_n = l$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim_{x \to +\infty} v_n = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} u_n = -\infty$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim_{x \to +\infty} v_n = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} u_n = +\infty$$

Suite de type $u_{n+1} = f(u_n)$:

Considérons la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_n = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

Avec f une fonction continue sur un intervalle I tel que $f(I) \subset I$ et a un élément de I

Si (u_n) converge, alors sa limite l est la solution de l'équation : $f(x) = x$